أهم فقرات الدرس

فيتاغورس في الفضاء + المساحات و الحجوم + التكبير و التصغير

مادة الرياضيات 3AC

I _ تعامد مستقيم و مستوى في الفضاء :

1) – تعريف :

(D) مستقيم و (P) مستوى في الفضاء.
يكون المستقيم (D) عموديا على المستوى (P) في نقطة A إذا كان
(D) عموديا على مستقيمين ضمن (P) متقاطعين في A

*/ مثال :

$ABCDEFGH$ مكعب .

لنبين أن المستقيم (AE) عمودي على المستوى $(EFGH)$

لدينا :

$ABFE$ و $ADHF$ مربعان .

إذن :

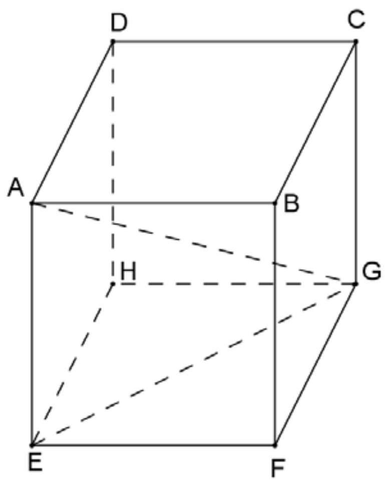
(AE) عمودي على (EF) في E

و (AE) عمودي على (EH) في E

و بما أن (EF) و (EH) ضمن المستوى $(EFGH)$

و يتقاطعان في النقطة E فإن :

المستقيم (AE) عمودي على المستوى $(EFGH)$ في النقطة E



2) – خـاصـية :

(D) مستقيم و (P) مستوى في الفضاء.
إذا كان (D) عموديا على (P) في النقطة M ، فإن (D)
عمودي على جميع المستقيمات ضمن (P) و المارة من M .

*/ مثال :

نعتبر المكعب $ABCDEFGH$ أعلاه .

لنبين أن المثلث AEG قائم الزاوية في E .

نعلم أن المستقيم (AE) عمودي على المستوى $(EFGH)$ في النقطة E .

و بما أن المستقيم (EG) ضمن المستوى $(EFGH)$ و يقطع (AE) في E فإن :
المستقيم (AE) عمودي على المستقيم (EG) في E .
و بالتالي فإن المثلث AEG قائم الزاوية في E .

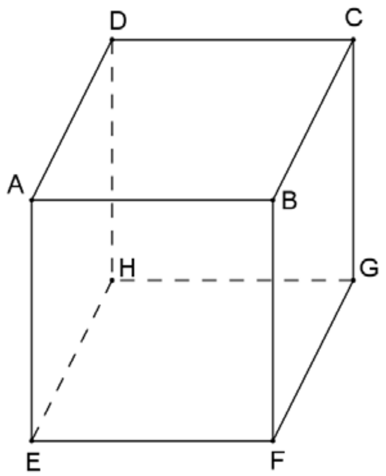
II _ توازي مستقيم و مستوى في الفضاء :

1) – تعريف :

(D) مستقيم و (P) مستوى في الفضاء.
يكون المستقيم (D) موازيا للمستوى (P) إذا كان يوجد ضمن (P)

*/ مثال :

$ABCDEFGH$ مكعب .



لنبين أن المستقيم (AB) يوازي المستوى $(EFGH)$

لدينا :

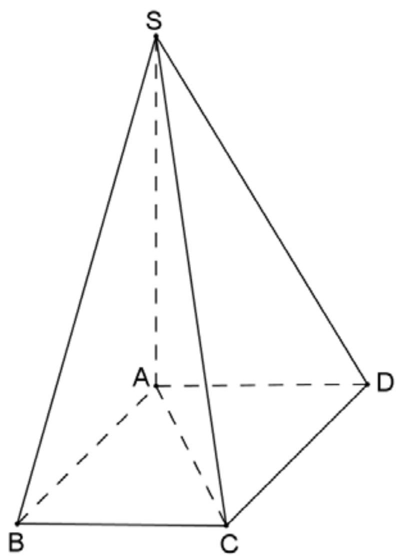
$ABFE$ مربع ، إذن فهو متوازي الأضلاع .
و منه فإن : $(EF) // (AB)$.
و بما أن : المستقيم (EF) ضمن المستوى $(EFGH)$
فإن : $(EFGH) // (AB)$.

III _ تطبيق مبرهنة فيتاغورس في الفضاء :

1) – الخاصية المباشرة :

*/ مثال :

$SABCD$ هرم قاعدته المربع $ABCD$ و ارتفاعه (SA) بحيث :
$AB = 4\,cm$ و $SA = 6\,cm$.
لنحسب : SC .



1/ حساب AC .

نعلم أن القاعدة $ABCD$ مربع .
إذن المثلث ABC قائم الزاوية في B .
و حسب مبرهنة فيتاغورس المباشرة سيكون لدينا :

$$AC^2 = AB^2 + BC^2$$

أي : $AC^2 = 4^2 + 4^2$
$= 16 + 16$
$= 32$

و بما أن : $AC > 0$ فإن : $AC = \sqrt{32}$

أي : $\boxed{AC = 4\sqrt{2}\ cm}$.

2/ لنحسب SC .

نعلم أن (SA) إرتفاع الهرم $SABCD$.

إذن المستقيم (SA) عمودي على المستوى $(ABCD)$ في النقطة A .

و بما أن المستقيم (AC) يوجد ضمن المستوى $(ABCD)$ و يقطع (SA) في A فإن : $(AC) \perp (SA)$

و منه فإن المثلث SAC قائم الزاوية في A .

إذن : حسب تطبيق مبرهنة فيتاغورس المباشرة فإن :

$$SC^2 = AS^2 + AC^2$$

أي : $SC^2 = 6^2 + \left(4\sqrt{2}\right)^2$

$$= 36 + 32$$
$$= 68$$

و بما أن : $SC > 0$ فإن : $SC = \sqrt{68}$

أي : $\boxed{SC = 2\sqrt{17}}$

2) – الخاصية العكسية :

*/ مثال :

$SABC$ رباعي أوجه قاعدته المثلث ABC بحيث :

$AC = 3\ cm$ و $AB = 4\ cm$ و $BC = 5\ cm$.

لنثبت أن المثلث ABC قائم الزاوية في A .

لدينا : $BC^2 = 5^2 = 25$ و $AB^2 + AC^2 = 4^2 + 3^2 = 16 + 9 = 25$

إذن : $BC^2 = AB^2 + AC^2$.

و حسب تطبيق مبرهنة فيتاغورس العكسية فإن : **المثلث ABC قائم الزاوية في A** .

IV _ المساحات و الحجوم :

*/ P_B = محيط القاعدة   */ S_B = مساحة القاعدة

*/ S_L = المساحة الجانبية   */ S_T = المساحة الكلية

المجسم	المساحة الجانبية	المساحة الكلية	الحجم
موشور قائم إرتفاعه h	$S_L = P_B \times h$	$S_T = S_L + 2 \times S_B$	$V = S_B \times h$
أسطوانة قائمة شعاعها R و ارتفاعها h	$S_L = P_B \times h$ أي $S_L = 2R\pi \times h$	$S_T = S_L + 2 \times S_B$ أي $S_T = (2R\pi \times h) + 2(R^2\pi)$	$V = S_B \times h$ أي $V = (R^2\pi) \times h$
هرم إرتفاعه h	مجموع مساحات الأوجه الجانبية	$S_T = S_L + S_B$	$V = \frac{1}{3} S_B \times h$

V _ التكبير و التصغير :

قاعدة :

عند تكبير أو تصغير مجسم بنسبة k فإن :
الأطوال تضرب في العدد k.
و المساحات تضرب في العدد k^2.
و الحجوم تضرب في العدد k^3.

ملاحظة هامة :

إذا كانت k هي نسبة التكبير، فإن نسبة التصغير هي $\frac{1}{k}$